

Apêndice - O Jogo de Chomp

Demonstração de existência não-construtiva: Jogo Chomp

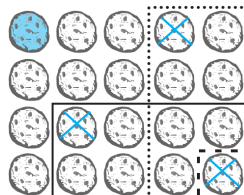
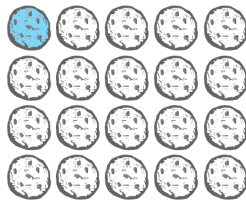
- Vamos ver agora um último exemplo interessante de demonstração de existência não construtiva, baseada no conceito de “roubo de estratégia”.
- Exemplo 1

Chomp é um jogo jogado por dois jogadores, em que biscoitos são dispostos em uma grade retangular, e o cookie colocado na canto superior esquerdo é envenenado.

A cada jogada, um jogador é obrigado a comer um biscoito restante, juntamente com todos os cookies à direita e / ou abaixo dele.

O perdedor é o jogador quem não tem mais escolha a não ser comer o biscoito envenenado.

Demonstre que um dos dois jogadores tem um **estratégia vencedora** (ou seja, que um dos jogadores pode sempre fazer movimentos que garantam sua eventual vitória).



Demonstração de existência não-constructiva: Jogo Chomp

- Exemplo 1 (Continuação)

Solução.

Daremos uma demonstração não-constructiva de uma estratégia vencedora para o primeiro jogador.

(Ou seja, mostraremos que o primeiro jogador sempre tem uma estratégia vencedora sem explicitamente descrever os movimentos que este jogador deve seguir.)

Primeiro, note que o jogo sempre tem um fim, e que não é possível terminar em empate pois em cada movimento pelo menos um cookie é comido e, portanto, em no máximo $m \times n$ rodadas o jogo termina (onde m e n são o número de linhas e colunas da grade inicial).

Agora, suponha que o primeiro jogador comece o jogo comendo apenas o biscoito na quina inferior direita.

Demonstração de existência não-construtiva: Jogo Chomp

- Exemplo 1 (Continuação)

Note que existem apenas duas possibilidades, mutuamente exclusivas:

Caso 1. Comer apenas o biscoito na quina inferior direita é o primeiro movimento de uma estratégia vencedora para o primeiro jogador.

(Ou seja, independentemente do que o segundo jogador fizer logo em seguida, existe uma maneira de o primeiro jogador reagir de forma a vencer o jogo no final.)

Caso 2. Logo em seguida ao primeiro jogador comer apenas o biscoito na quina inferior direita, o segundo jogador pode fazer um movimento que é o primeiro movimento de uma estratégia vencedora para o segundo jogador.

(Ou seja, existe um movimento que o segundo jogador pode fazer logo em seguida que inviabiliza a vitória do primeiro jogador no final.)

Demonstração de existência não-construtiva: Jogo Chomp

- Exemplo 1 (Continuação)

Mas note que se o Caso (1) for verdade, a demonstração está terminada trivialmente.

Vamos considerar, então, o Caso (2). Nesse caso, em vez de comer apenas o cookie no canto inferior direito, o primeiro jogador poderia ter feito o mesmo movimento que o segundo jogador fez como o primeiro movimento de uma estratégia vencedora (e depois continuar a seguir essa estratégia vencedora).

Isso é suficiente para garantir que o primeiro jogador pode atingir a vitória com certeza!



Demonstração de existência não-construtiva: Jogo Chomp

- Observe que no exemplo anterior mostramos que existe uma estratégia vencedora para o primeiro jogador, mas não especificamos uma vitória real estratégia.

Consequentemente, a demonstração é uma demonstração, de existência não-construtiva.

- Na verdade, ninguém foi capaz de descrever uma estratégia vencedora para Chomp que se aplica a todas as redes retangulares, descrevendo os movimentos que o primeiro jogador deve seguir!